

Prof. Dr. Alfred Toth

Eins plus eins gleich zwei

1. Die Gleichung

$$1 + 1 = 2$$

setzt stillschweigend nicht nur voraus (was ebenfalls selten genug in Elementarbüchern der Arithmetik vermerkt wird), daß die zwei Symbole 1 und 2 Quantitäten als Objekte bezeichnen, sondern daß es sich bei diesen Objekten um gleiche Qualitäten handeln muß. (Der Fall der Identität scheidet natürlich aus, da Identität eine 1-stellige, Gleichheit aber eine 2-stellige Relation ist, d.h. falls die beiden durch 1 bezeichneten Objekte identisch wären, hätten wir $1 + 1 = 1$.) Aus dem bisher Gesagten folgt sofort, daß wir durch Einsetzung von Objekten für die Symbole (Zeichen) z.B.

$$1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Apfel} = 2 \text{ Äpfel}$$

$$1 \text{ Birne} + 1 \text{ Birne} = 2 \text{ Birnen}$$

erzeugen können. Wegen der Gleichheitsrestriktion der Objekte können wir jedoch nicht

$$1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Birne} = ?$$

$$1 \text{ Birne} + 1 \text{ Apfel} = ?$$

erzeugen.

2. Warum können eigentlich keine verschiedenen Qualitäten addiert werden, gerade in den obigen Beispielen, wo sowohl der Apfel als auch die Birne zur Objektfamilie der Früchte gehören, wo also die Zählung der Qualitäten wesentlich verschieden ist von derjenigen, die wir etwa in

$$1 \text{ Krokodil} + 1 \text{ Zahnbürste} = ?$$

haben, denn die Summe

$$1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Birne} = 2 \text{ Früchte}$$

ist immerhin möglich, auch wenn sie relativ zu den Summanden mehrdeutig ist, denn sie ist z.B. auch die Summe von

1 Orange + 1 Aprikose = 2 Früchte.

Der Grund liegt einzig darin, daß es keinen Oberbegriff für Krokodile und Zahnbürsten gibt, da zwischen beiden Objekten Objektfamiliengrenzen durchlaufen. In anderen Worten: DER GRUND IST EINE SEMIOTISCHE KLASSIFIKATION VON OBJEKTEN ZU OBJEKTFAMILIEN UND HAT MIT ARITHMETIK NICHT DAS GERINGSTE ZU TUN.

3. Hingegen sollte man nicht vergessen, daß für Objekte der Satz von der Ortsfunktionalität gilt: $\Omega = f(\omega)$ (vgl. Toth 2014), d.h. ein Objekt befindet sich immer an einem Ort, und die Vernachlässigung dieses Ortes kann zu groben Irrtümern führen. So können z.B. bereits in

1 Apfel + 1 Apfel

die beiden Äpfel sich nicht am gleichen ontischen Orte ω befinden, und das gilt selbst dann, wenn sie aufeinander stehen. Bereits hier und also nicht erst bei

1 Apfel + 1 Birne

werden somit mindestens zwei ontische Orte vorausgesetzt. Das bedeutet aber folgendes: Wenn wir in

$1 + 1 = 2$

definieren

$1 := \text{Apfel} = f(\omega_i)$

$1 := \text{Apfel} = f(\omega_j),$

dann sind nicht nur die Objekte vermöge Ortsfunktionalität verschieden, sondern damit natürlich auch die Zahlen, welche diese Objekte zählen, und das Zeichen für diese Zahlen wird somit mehrdeutig. Darüberhinaus kann es sich etwa um einen Jonathan- und einen Gravensteiner-Apfel, usw. handeln, was die Lösbarkeit der Gleichung nicht beeinflußt. Die beiden durch "1" bezeichneten Objekte sind also nicht nur nicht-identisch, sondern auch nicht-gleich und damit verschieden.

4. Ortsfunktionalität ist qualitativ relevant, weil sie das Objekt, das durch eine Zahl gezählt und durch ein Zahl-Zeichen bezeichnet wird, als reales Objekt, das sich an einem bestimmten Ort befinden muß, ernst nimmt. Setzen wir

01 := Apfel

10 := Birne,

dann bekommen wir die folgenden Gleichungen

01 + 01 = 1 Apfel + 1 Apfel

01 + 10 = 1 Apfel + 1 Birne

10 + 01 = 1 Birne + 1 Apfel

10 + 10 = 1 Birne und 1 Birne,

also eine 4-fach mögliche ortsfunktionale Ausdifferenzierung unserer beiden Gleichungen. Da es keine zwei identischen Objekte gibt, kann es auch keine zwei identischen Äpfel und Birnen geben. Nichts hindert uns also daran, z.B.

01 := Apfel = $f(\omega_i)$

10 := Birne = $f(\omega_j)$

zu setzen.

Allgemein gilt, daß wir für 3 Objekte $3! = 6$, für 4 Objekte $4! = 24$, für 5 Objekte $5! = 120$, usw. Permutationen bekommen. Man beachte also, daß für diese Art von qualitativer Arithmetik die logische Basis der Mathematik nicht tangiert wird, wie dies etwa in der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986) der Fall ist.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014
25.10.2015